

Chapitre 5 : Les équations

I. Vocabulaire

Inconnue : lettre qui « cache » un nombre cherché (x , y , ...)

Equation : opération « à trous » dont les « trous » sont remplacés par des inconnues.

$$\begin{array}{c|c} 4x + 7 = 2x + 1 \\ \hline \begin{array}{l} 1^{\text{er}} \text{ nombre} \\ \text{(nombre de gauche)} \end{array} & \begin{array}{l} 2^{\text{nd}} \text{ nombre} \\ \text{(nombre de droite)} \end{array} \end{array}$$

Résoudre une équation : chercher et trouver le nombre « caché » sous l'inconnue.

Solution : nombre caché sous l'inconnue.

⇒ **Vérification** :

-3 est-il solution de l'équation $4x + 7 = 2x + 1$?

On remplace x par -3 dans chaque membre puis on compare.

• $4 \times (-3) + 7 = -12 + 7 = \boxed{-5}$

• $2 \times (-3) + 1 = -6 + 1 = \boxed{-5}$

donc -3 est la solution de cette équation

II. Résolutions d'équations

Règle n°1

Une équation ne change pas en ajoutant ou en soustrayant un même nombre aux deux membres de l'équation.

Exemples :

a) Résoudre $x + 12 = -17$

$$x + 12 - 12 = -17 - 12$$

$$x = -29$$

⇒ **Vérification :**

On remplace x par -29

$$-29 + 12 = -17$$

donc -29 est la solution de cette équation.

b) Résoudre $x - 7 = -13$

$$x - 7 + 7 = -13 + 7$$

$$x = -6$$

⇒ **Vérification :**

On remplace x par -6

$$-6 - 7 = -13$$

donc -6 est la solution de cette équation.

Règle n°2

Une équation ne change pas en multipliant ou en divisant par un même nombre non nul les deux membres de l'équation.

Exemples :

a) Résoudre $5x = 36$

$$\frac{5x}{5} = \frac{36}{5}$$

$$x = 7,2$$

⇒ **Vérification :**

$$5 \times 7,2 = 36$$

donc 7,2 est la solution de cette équation.

b) Résoudre $\frac{1}{7}x = 6$

$$\frac{1}{7}x \times 7 = 6 \times 7$$

$$x = 42$$

⇒ **Vérification :**

$$\frac{1}{7} \times 42 = 6$$

donc 42 est la solution de cette équation.

c) Résoudre $\frac{-4}{3}x = 16$

$$\frac{-4}{3}x \times \frac{3}{-4} = 16 \times \frac{3}{-4}$$

$$x = -12$$

⇒ **Vérification :**

$$\frac{-4}{3} \times (-12) = 16$$

donc -12 est la solution de cette équation.

METHODE Résoudre une équation comportant deux opérations

Résoudre $-4x + 5 = -19$

$$-4x + 5 - 5 = -19 - 5$$

$$-4x = -24$$

$$\frac{-4 \times x}{-4} = \frac{-24}{-4}$$

$$x = 6$$

⇒ **Vérification :**

$$-4 \times 6 + 5 = -24 + 5 = -19$$

donc 6 est la solution de cette équation.

METHODE Résoudre une équation comportant deux opérations

Résoudre $3x + 6 = -5x - 26$

$$3x + 6 + 5x = -5x - 26 + 5x$$

$$8x + 6 = -26$$

$$8x + 6 - 6 = -26 - 6$$

$$8x = -32$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{-32}{8}$$

$$x = -4$$

⇒ **Vérification :**

$$3 \times (-4) + 6 = -6$$

$$-5 \times (-4) - 26 = -6$$

donc -4 est la solution de cette équation.

III. Résoudre un problème

Problème :

- Lou possède 3 fois plus de capsules que Sophie.
- Sophie a deux fois plus de capsules que Pierre.

Ensemble, ils ont 135 capsules.

1. Choix de l'inconnue

Soit x le nombre de capsules de Pierre.

- donc $2x$ est le nombre de capsules de Sophie ($2 \times x$)
- donc $6x$ est le nombre de capsules de Lou ($3 \times 2x$)

2. Mise en équation

Capsules Lou	+	Capsules Sophie	+	Capsules Pierre	= 135
$6x$	+	$6x$	+	$6x$	= 135

3. Résolution de l'équation

Soit x le nombre de capsules de Pierre.

$$6x + 2x + x = 135$$

$$9x = 135$$

$$\frac{9x}{9} = \frac{135}{9}$$

$$x = 15$$

4. Conclusion

- Pierre possède 15 capsules
- $2 \times 15 = 30$. Sophie possède 30 capsules.
- $6 \times 15 = 90$. Lou possède 90 capsules.

IV. Connaître la notion d'inéquation

Définition : une **inéquation** est une inégalité qui comporte au moins un nombre de valeur inconnue, généralement désignée par une lettre.

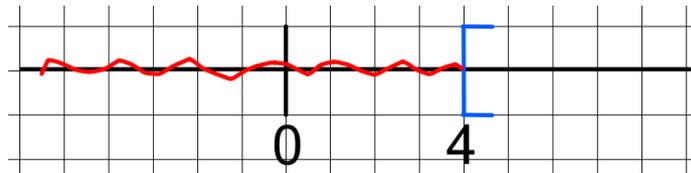
Cette inégalité peut être vraie pour certaines valeurs de l'inconnue et fausse pour d'autres.

Une solution de l'inéquation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'inégalité est vraie.

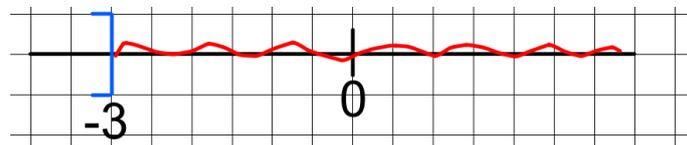
1. Notation

Exemples :

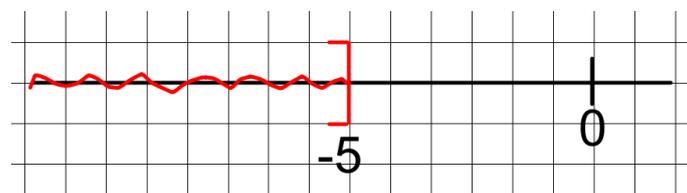
- $x < 4$ signifie que x est **strictement inférieur** à 4.



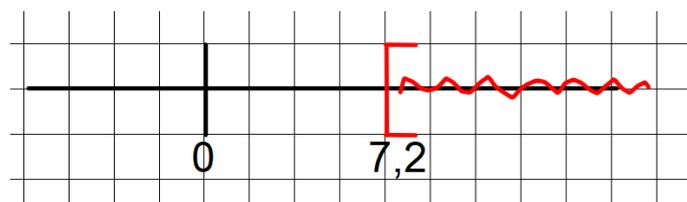
- $x > -3$ signifie que x est **strictement supérieur** à -3.



- $x \leq -5$ signifie que x est **inférieur ou égal** à -5.



- $x \geq 7,2$ signifie que x est **supérieur ou égal** à 7,2.



2. Tester une valeur pour une inéquation

Exemples :

a) $x + 7 \leq 13$ est une inéquation d'inconnue x .

3 est-il une solution de cette inéquation ?

On remplace x par 3 et on regarde si l'inégalité est vérifiée.

Si $x = 3$, alors $x + 7 = 3 + 7 = 10$

Or, $10 < 13$ donc l'inégalité est vraie pour $x = 3$.

On dit que 3 est une solution de l'inéquation $x + 7 \leq 13$

b) $2x - 5 > 14$ est une inéquation d'inconnue x .

1 est-il une solution de cette équation ?

$2 \times 1 - 5 = 2 - 5 = -3$

Or, $-3 < 14$ donc 1 n'est pas une solution de cette inéquation.