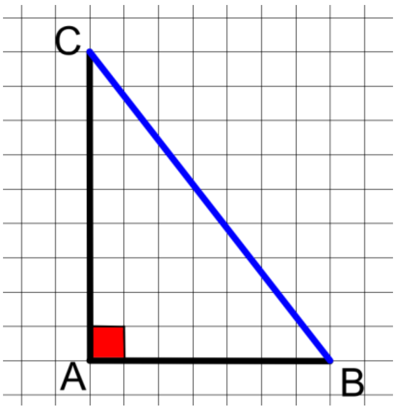
Chapitre 12 : Le théorème de Pythagore

I. Rappels et définition de la racine carrée

1) Rappel

• Un triangle rectangle est un triangle qui possède un angle droit

 ABC est un triangle rectangle en A	• [BC] est l'hypoténuse : c'est le côté opposé à l'angle droit et c'est le plus grand côté d'un triangle rectangle. • [AB] et [AC] sont les côtés de l'angle droit.

• 5^2 se lit "5 au carré" et se calcule ainsi $5^2 = 5 \times 5 = 25$

$7^2 = 7 \times 7 = 49$

$x^2 = x \times x$

$AB^2 = AB \times AB$

Pour calculer le carré d'un nombre, on utilise la touche $\boxed{x^2}$ de la calculatrice.

2) Racine carrée d'un nombre positif

$3^2 = 9$ donc $\sqrt{9} = 3$

$2{,}6^2 = 6{,}76$ donc $\sqrt{6{,}76} = 2{,}6$

La racine carrée de **a** est le nombre positif dont le carré vaut **a**.

Ce nombre est noté $\sqrt{a}$ (et se lit "racine carrée de a").

<u>Exemples</u> :

$0^2 = 0$	donc	$\sqrt{0} = 0$	$7^2 = 49$	donc	$\sqrt{49} = 7$
$1^2 = 1$	donc	$\sqrt{1} = 1$	$8^2 = 64$	donc	$\sqrt{64} = 8$

$2^2 = 4$ donc $\sqrt{4} = 2$
$3^2 = 9$ donc $\sqrt{9} = 3$
$4^2 = 16$ donc $\sqrt{16} = 4$
$5^2 = 25$ donc $\sqrt{25} = 5$
$6^2 = 36$ donc $\sqrt{36} = 6$

$9^2 = 81$ donc $\sqrt{81} = 9$
$10^2 = 100$ donc $\sqrt{100} = 10$
$11^2 = 121$ donc $\sqrt{121} = 11$
$12^2 = 144$ donc $\sqrt{144} = 12$

Un carré parfait est le carré d'un nombre entier.

La racine carrée d'un carré parfait est donc un nombre entier.

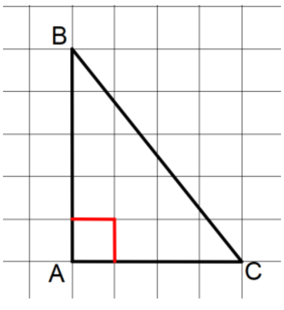
Pour trouver la racine carrée d'un nombre, on utilise les touches $\boxed{2^{nd}}$ puis $\boxed{x^2}$ de la calculatrice pour faire apparaitre $\sqrt{\square}$ sur l'écran.

Application :

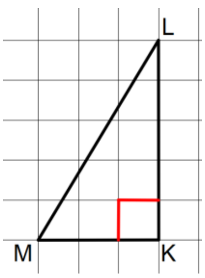
$AB^2 = 10{,}24$ $AB = \sqrt{10{,}24}$ $AB = 3{,}2$	Les symboles ^{2} et $\sqrt{\square}$ ne sont jamais sur une même ligne de calcul.

II. Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle

Enoncé u théorème de Pythagore:

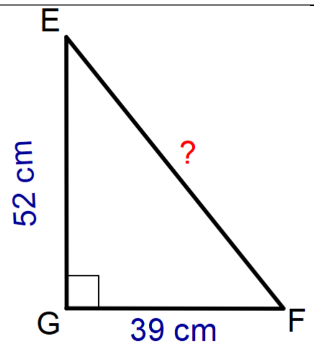
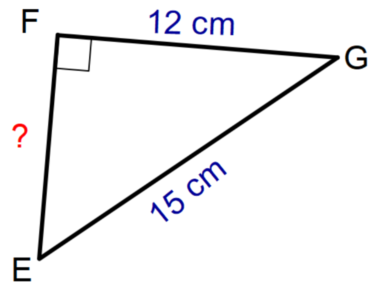
	• Si le triangle ABC est rectangle en A, alors on a: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Exemple :

	Ecrire l'égalité du théorème de Pythagore $LM^2 = KL^2 + KM^2$

Fiche méthode : Théorème de Pythagore

Dans chacun des cas suivants, calculer EF.

	
⇨ Calcul de la longueur de l'hypoténuse	⇨ Calculer de la longueur d'un côté de l'angle droit.
Le triangle … … est l'hypoténuse D'après le théorème de Pythagore: EF^2 = …… + …… EF^2 = …… + …… EF^2 = …… + …… EF^2 = ……. EF = $\sqrt{\dots}$ EF = ……	Le triangle … … est l'hypoténuse D'après le théorème de Pythagore: EG^2 = …… + …… 15^2 = …… + …… …… = …… + …… FE^2 = ……. - …… FE^2 = ……. FE = $\sqrt{\dots}$ FE = ……
Si on cherche la longueur de l'hypoténuse, on effectue une addition de deux carrés.	Si on cherche la longueur d'un côté de l'angle droit, on effectue une soustraction.

Pour déterminer l'arrondi au dixième d'un nombre, on regarde le chiffre des centièmes.

- Si ce chiffre est 0, 1, 2, 3 ou 4, on arrondit à la valeur inférieure.
- Si ce chiffre est 5, 6, 7, 8 ou 9, on arrondit à la valeur supérieure.

Exemples:

a) Donner l'arrondi au centième des nombres suivants :

$4,25\underline{8} \approx \ldots$

$13,36\underline{5} \approx \ldots$

$-7,12\underline{4}78 \approx \ldots$

b) Donner l'arrondi au dixième des nombres suivants :

$0,4\underline{7}2 \approx \ldots$

$13,4\underline{5}3 \approx \ldots$

III. Montrer qu'un triangle est (ou n'est pas) rectangle.

Méthode :

Soit un triangle ABC dont le plus grand côté est [BC]

- <u>Si</u> $BC^2 = AB^2 + AC^2$ <u>alors</u> le triangle ABC est rectangle en A.
- <u>Si</u> $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$ <u>alors</u> le triangle ABC n'est pas rectangle en A.

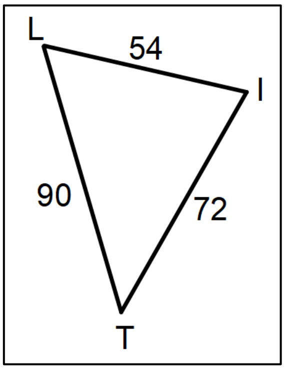
Fiche méthode :

Montrer qu'un triangle est 'ou n'est pas) rectangle

Méthode :

- On repère le triangle qui **semble** rectangle dans la figure.
- On cherche le plus grand côté et on calcule le carré de sa longueur.
- On calcule la somme des carrés des deux autres côtés.
- On compare les deux résultats obtenus et on conclut.

Exemple:



<u>Enoncé</u> :

Le triangle LIT tel que : LI = 54, IT = 72 et LT = 90 est-il rectangle ?

Si oui, quels sont les deux côtés perpendiculaires ?

Solution :

…. est le plus grand côté. …….² = …….² = …….	$IL^2 + IT^2$ $= 54^2 + 72^2$ = ……. + ……. = ……..

Donc $LT^2 = IT^2 + IL^2$

L'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle LIT est rectangle en I.

Les côtés [IT] et [IL] sont donc perpendiculaires.