

Chapitre 5 : Fonctions

1. La notion de fonction

Définition 1 :

Une fonction est un procédé (ou une « machine ») qui permet, à partir d'un nombre de départ, d'obtenir un unique nombre d'arrivée.

Schéma

nombre de départ $\longrightarrow$ nombre d'arrivée

Exemple

On note f la fonction qui, à un nombre, associe son double.

$$f : 3 \longrightarrow 6$$

$$f : -5 \longrightarrow -10$$

$$f : x \longrightarrow 2x$$

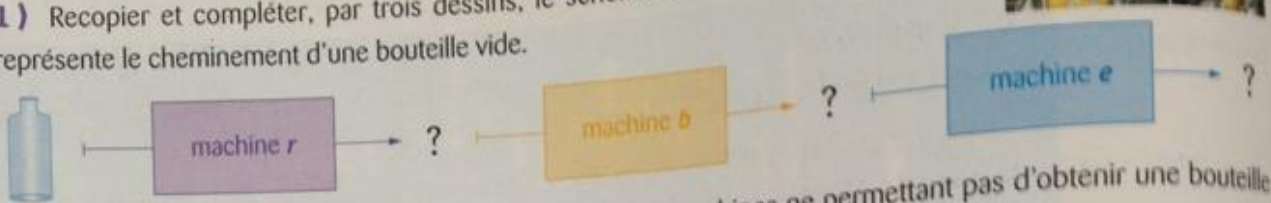
Je découvre la notion de fonction.

A : Des machines dans une usine

Une usine d'embouteillage de jus d'orange utilise trois machines :

- une machine b qui bouche la bouteille ;
- une machine e qui étiquette la bouteille ;
- une machine r qui remplit la bouteille de jus d'orange.

1) Recopier et compléter, par trois dessins, le schéma ci-dessous qui représente le cheminement d'une bouteille vide.



2) Citer un ordre de passage de la bouteille dans ces trois machines ne permettant pas d'obtenir une bouteille remplie, étiquetée et bouchée.

B : Des « machines » en mathématiques

Pour transformer des nombres, un mathématicien utilise trois machines :

- une machine c qui calcule le carré du nombre introduit ;
- une machine d qui calcule le double du nombre introduit ;
- une machine m qui calcule la moitié du nombre introduit.

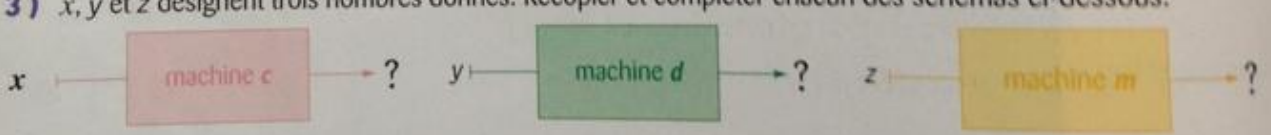
1) Qu'obtient-on après avoir introduit le nombre 4 dans :

a la machine c ? b la machine d ? c la machine m ?

2) Qu'obtient-on après avoir introduit le nombre (-6) dans :

a la machine c ? b la machine d ? c la machine m ?

3) x , y et z désignent trois nombres donnés. Recopier et compléter chacun des schémas ci-dessous.



■ C : Des fonctions mathématiques

En mathématiques, une « machine » qui transforme chaque nombre introduit s'appelle une **fonction**.
Ainsi la « machine » **t** qui transforme chaque nombre introduit en son triple est une fonction.
Cette fonction se note : $t : x \mapsto 3x$.

1) Noter ainsi les fonctions **c**, **d** et **m** définies dans la partie B.

2) Par exemple, la fonction **t** associe au nombre 5 son triple 15.

On note $t : 5 \mapsto 15$.

Recopier et compléter chacun des schémas suivants :

$$t : 4 \mapsto ?$$

$$c : 2 \mapsto ?$$

$$m : 8 \mapsto ?$$

$$d : -1 \mapsto ?$$

$$t : 0 \mapsto ?$$

$$m : -8 \mapsto ?$$

$$d : \frac{3}{2} \mapsto ?$$

$$t : -\frac{5}{4} \mapsto ?$$

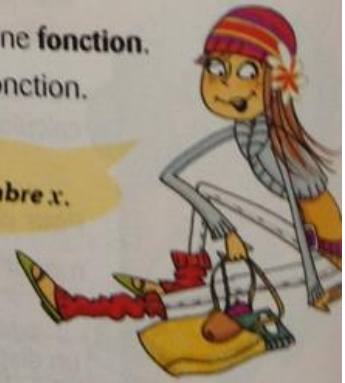
$$c : \frac{5}{2} \mapsto ?$$

$$d : 1 \mapsto ?$$

$$c : -3 \mapsto ?$$

$$m : -\frac{6}{5} \mapsto ?$$

$3x$ est
le triple du nombre x .



Définition 2 :

Soit f une fonction, x est un nombre de départ et y est le nombre d'arrivée correspondant.

on note : $f : x \mapsto y$ ou $f(x) = y$ On lit « **f de x égale y** »

- On dit que y est **l'image** de x par f .
- On dit que x est **un antécédent** de y par f .

Exemples :

a) Soit la fonction f telle que $f(7) = -3$ et $f(-3) = -6$

-3 est **un antécédent** de -6 par f

-3 est **l'image** de 7 par f .

b) soit la fonction g qui , à un nombre, associe son double augmenté de trois.

On a : $g(x) = 2x + 3$

i) Calcule l'image -5 par la fonction g .

$$g(-5) = 2 \times (-5) + 3$$

$$g(-5) = -10 + 3$$

$$g(-5) = -7$$

-7 est l'image de -5 par la fonction g .

Pour calculer l'image d'un nombre par une fonction, il suffit de remplacer x par ce nombre.

ii) Le nombre -4 est-il un antécédent de -6 ?

$$g(-4) = 2 \times (-4) + 3$$

$$g(-4) = -8 + 3$$

$$g(-4) = -5 \neq -6$$

donc -4 n'est pas un antécédent de -6 par la fonction g.

iii) Trouver l'antécédent de 12

$$\text{On résout : } g(x) = 12$$

$$2x + 3 = 12$$

$$2x + 3 - 3 = 12 - 3$$

$$2x = 9$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{9}{2}$$

$$x = \frac{9}{2} = 4,5$$

L'antécédent de 12 est 4,5 par la fonction g.

Pour trouver l'antécédent d'un nombre k par la fonction f, il suffit de résoudre l'équation $f(x) = k$