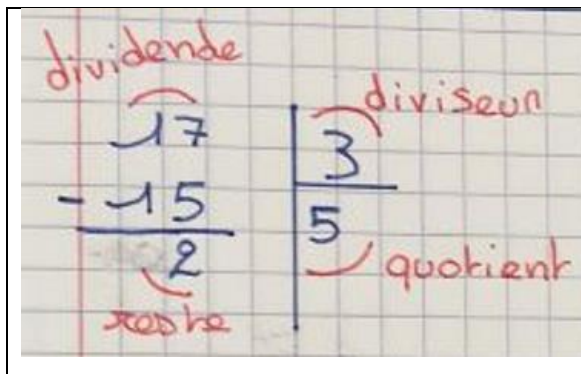


Chapitre 1 : Les Nombres Entiers

I. Multiples, diviseurs

1) Division euclidienne

- Effectuons la division euclidienne de 17 par 3 :



dividende

diviseur

quotient

reste

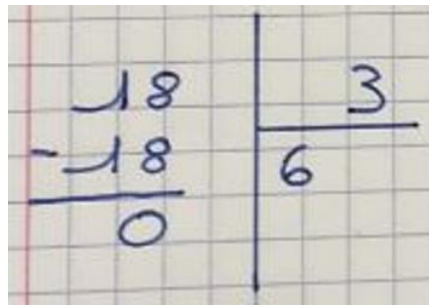
Dividende = Diviseur $\times$ quotient + reste
avec reste $<$ diviseur

$$17 = 3 \times 5 + 2$$

17 n'est pas un multiple de 3 car le reste n'est pas nul.

3 n'est pas un diviseur de 17 car le reste n'est pas nul.

- Effectuons la division euclidienne de 18 par 3 :



$$18 = 3 \times 6 + 0$$

18 est un **multiple** de 3 car le reste est nul.

3 est un **diviseur** de 18 car le reste est nul.

18 est divisible par 3.

3 divise 18.

2) Diviseurs d'un nombre entier

- Cherchons les diviseurs de 15

$$15 = 3 \times 5$$

$$15 = 1 \times 15$$

Les diviseurs de 15 sont : 1 ; 3 ; 5 et 15.

• 3 n'est pas un diviseur de 7.

$$7 = 1 \times 7 \text{ donc les diviseurs de 7 sont 1 et 7.}$$

Remarque :

1 et n sont toujours des diviseurs de n ($n = 1 \times n$)

Un nombre admet au minimum deux diviseurs : 1 et lui-même.

3) Critères de divisibilité

Un nombre entier est divisible :

- par 2, si son chiffre des unités est pair (0, 2, 4, 6, 8)
- par 5, si son chiffre des unités est 0 ou 5
- par 10, si son chiffre des unités est 0
- par 3, si la somme de ses chiffres est divisible par 3
- par 9, si la somme des ses chiffres est divisible par 9

Exemple :

93 456 est-il divisible par 2 ? 3 ? 5 ? 9 ? 10 ?

93 456 est divisible par 2 (le dernier chiffre du nombre est pair : 6)
 par 3 (la somme des chiffres vaut 27, qui est divisible par 3)
 par 9 (la somme des chiffres vaut 27, qui est divisible par 9)

Méthode : trouver les diviseurs d'un nombre

a) Donner tous les diviseurs de 63

$$63 = 1 \times 63$$

$$63 = 9 \times 7$$

$$63 = 3 \times 21$$

Les diviseurs de 63 sont 1 ; 3 ; 7 ; 9 ; 21 et 63.

b) Donner tous les diviseurs de 64

$$64 = 1 \times 64$$

$$64 = 2 \times 32$$

$$64 = 4 \times 16$$

$$64 = 8 \times 8$$

Les diviseurs de 64 sont 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 et 64.

Méthode :

Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre entier N, on teste la divisibilité de N pour tous les nombres entiers inférieurs ou égaux à $\sqrt{N}$.

Exemple :

Pour trouver les diviseurs de 18, on calcule $\sqrt{18}$.

$\sqrt{18} \simeq 4,2$. Il faut donc tester la divisibilité par 1, par 2, par 3 et par 4.

$$18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$$

Les diviseurs de 18 sont 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 et 18.

II. Nombres premiers

Exemple :

Donner tous les diviseurs de 11.

$\sqrt{11} \simeq 3,3$. On teste avec 1, 2 et 3.

$$11 = 1 \times 11$$

Les diviseurs de 11 sont 1 et 11.

Définition :

Si un nombre n'admet pas d'autres diviseurs que 1 et lui-même, on dit que c'est un **nombre premier**.

Un nombre premier admet exactement 2 diviseurs (1 et lui-même).

Exemple :

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 sont les premiers nombres premiers inférieurs à 40.

Méthode :

Soit N un entier supérieur ou égal à 2.

Pour montrer que N est premier, il suffit de montrer que N n'est divisible par aucun nombre premier inférieur ou égal à $\sqrt{N}$.

Exemple :

On veut savoir si 157 est un nombre premier.

$\sqrt{157} \approx 12,5$. Il faut donc tester la divisibilité de 157 par 2, par 3, par 5, par 7 et par 11.

157 n'est divisible par aucun de ces cinq nombres, donc 157 est premier.