Chapitre 1 : Les Nombres Entiers

I. Multiples, diviseurs

 1) Division euclidienne

**• Effectuons la division euclidienne de 17 par 3 :**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Dividende = Diviseur × quotient + resteavec reste < diviseur  |

17 = 3 × 5 + 2

17 n’est pas un multiple de 3 car le reste n’est pas nul.

3 n’est pas un diviseur de 17 car le reste n’est pas nul.

**• Effectuons la division euclidienne de 18 par 3 :**



18 = 3 × 6 + 0

18 est un multiple de 3 car le reste est nul.

3 est un diviseur de 18 car le reste est nul.

18 est divisible par 3.

3 divise 18.

 2) Diviseurs d’un nombre entier

**• Cherchons les diviseurs de 15**

15 = 3 × 5

15 = 1 × 15

Les diviseurs de 15 sont : 1 ; 3 ; 5 et 15.

• 3 n’est pas un diviseur de 7.

7 = 1 × 7 donc les diviseurs de 7 sont 1 et 7.

Remarque :

1 et n sont toujours des diviseurs de n (n = 1 × n)

Un nombre admet au minimum deux diviseurs : 1 et lui-même.

 3) Critères de divisibilité

Un nombre entier est divisible :

- par 2, si son chiffre des unités est pair (0, 2, 4, 6, 8)

- par 5, si son chiffre des unités est 0 ou 5

- par 10, si son chiffre des unités est 0

- par 3, si la somme de ses chiffres est divisible par 3

- par 9, si la somme des ses chiffres est divisible par 9

Exemple :

93 456 est-il divisible par 2 ? 3 ? 5 ? 9 ? 10 ?

93 456 est divisible par 2 (le dernier chiffre du nombre est pair : 6)

 par 3 (la somme des chiffres vaut 27, qui est divisible par 3)

 par 9 (la somme des chiffres vaut 27, qui est divisible par 9)

**Méthode : trouver les diviseurs d’un nombre**

a) Donner tous les diviseurs de 63

63 = 1 × 63

63 = 9 × 7

63 = 3 × 21

Les diviseurs de 63 sont 1 ; 3 ; 7 ; 9 ; 21 et 63.

b) Donner tous les diviseurs de 64

64 = 1 × 64

64 = 2 × 32

64 = 4 × 16

64 = 8 × 8

Les diviseurs de 64 sont 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 et 64.

Méthode :

Pour trouver tous les diviseurs d’un nombre entier N, on teste la divisibilité de N pour tous les nombres entiers inférieurs ou égaux à $\sqrt{N}$.

Exemple :

Pour trouver les diviseurs de 18, on calcule $\sqrt{18}$ .

$\sqrt{18}$ ≃ 4,2. Il faut donc tester la divisibilité par 1, par 2, par 3 et par 4.

18 = 1 × 18 = 2 × 9 = 3 × 6

Les diviseurs de 18 sont 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 et 18.

II. Nombres premiers

Exemple :

Donner tous les diviseurs de 11.

$\sqrt{11}$ ≃ 3,3. On teste avec 1, 2 et 3.

11 = 1 × 11

Les diviseurs de 11 sont 1 et 11.

Définition :

Si un nombre n’admet pas d’autres diviseurs que 1 et lui-même, on dit que c’est un nombre premier.

Un nombre premier admet exactement 2 diviseurs (1 et lui-même).

Exemple :

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 sont les premiers nombres premiers inférieurs à 40.

Méthode :

Soit N un entier supérieur ou égal à 2.

Pour montrer que N est premier, il suffit de montrer que N n’est divisible par aucun nombre premier inférieur ou égal à $\sqrt{N}$ .

Exemple :

On veut savoir si 157 est un nombre premier.

$\sqrt{157}$ ≃ 12,5. Il faut donc texter la divisibilité de 157 par 2, par 3, par 5, par 7 et par 11.

157 n’est divisible par aucun de ces cinq nombres, donc 157 est premier.